

Área: Académica	Asignatura: CÁLCULO	Tema: TEORIA DE FUNCIONES, TÉCNICAS DE APROXIMACIÓN Y ESTADÍGRAFOS	Guía No. 1-2
Docente:	Período Académico: UNO Y DOS	Tiempo de Aplicación:	Grado: ONCE
Estudiante:		Curso:	Código:

Clase de Guía:	Comprobatoria: X	Conceptual:	Profundización:	Experimental:	Ejercitación:	Refuerzo:
Nombre de la Guía: FUNCIONES Y LIMITES DEL CUERPO HUMANO						
Reflexión sobre Sistema Preventivo: "La vida te pondrá obstáculos, pero lo límites los pones tú".						
Competencia del PEPS: Aplicar razonamiento y operaciones matemáticos sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad para resolver problemas relacionados con situaciones de la vida cotidiana, mundo laboral o especialidad técnica utilizando teoría de números, operaciones acordes a cada ciclo de aprendizaje, símbolos gráficos, figuras geométricas, herramientas tecnológicas, medios digitales, entre otros						
Competencia Período: (1) <b>Emplear</b> las propiedades de los números reales, sus relaciones y operaciones, <b>a partir</b> de sistemas numéricos, <b>para</b> responder a situaciones problema relacionadas con ecuaciones, inecuaciones y lógica de conjuntos.						
(2) <b>Emplear</b> el concepto de límite en situaciones de medición, <b>a partir</b> de representaciones gráficas, técnicas de aproximación numérica y rangos de variación, <b>para</b> responder a problemas modelados por funciones continuas y discontinuas						
Desempeño: Analizar propiedades lógicas, reales y sucesiones-series mediante la presentación de resultados en diferentes representaciones, con el fin de verificar soluciones propuestas a problemas. Razonar acerca de la expresión algebraica que modela una situación, a través de la explicación de relaciones entre sus componentes y gráfica, con el fin de verificar la solución propuesta a un problema.						
Criterio de Evaluación: Asocia expresiones y ecuaciones con teoría de funciones, técnicas de aproximación y elementos de estadística descriptiva, utilizando relaciones, propiedades y algoritmos de las operaciones, con el fin de solucionar problemas a nivel economía y finanzas, medicina y física, anatomía y deportes. Analiza las técnicas de aproximación, mediante procesos de convergencia sucesiva, rangos de variación y límites, con el fin de emplear la apropiada en la solución de situaciones de medición Confronta los elementos de la gráfica con los componentes de la función, a través procesos de procesos de codificación y decodificación, con el fin de verificar propuestas a problemas Correlación conceptual con: finanzas y economía, medicina, física, anatomía, deportes.						

1. FASE DE INICIO : LIMITES DEL CUERPO HUMANO

Motivación

Los extremos de la resistencia

Las capacidades de los organismos son asombrosas pero como todo, tienen sus LÍMITES. Tomando como referencia las condiciones normales **de un hombre de 68 kilos**, estos son algunos bordes a los que podemos llegar antes de enfrentar consecuencias fatales. ¡No lo intenten en casa!

**Profundidad.** La mayoría de las personas se desvanecería en tan solo **dos minutos y a una profundidad de 18 metros.**



**Sin aire.** Una persona normal se desmayaría en **dos minutos.**



**Altura.** La altura máxima que soporta el cuerpo es **4.500 metros.** Los aclimatados tienen mayor resistencia por mayor concentración de glóbulos rojos



**Pérdida de sangre:** Puede producir un shock hipovolémico; cuando el cuerpo pierde **más del 40% de su sangre, aproximadamente 2,2 litros.**



**Aire caliente.** Los adultos pueden soportar temperaturas de 150 grados celsius durante 10 minutos



**Hambre.** 45 días es el máximo que una persona puede sobrevivir sin comer.



**Calor corporal.** 42 grados centígrados internos es el tope que un humano puede resistir.



**Agua fría.** 30 minutos en agua a 4,4 grados.



**Sed.** Se puede estar sin beber por **siete días**, pasado ese tiempo moriría por deshidratación.



Teniendo en cuenta la audacia e inquietud juvenil realice un comentario acerca de:

- a. Los límites extremos del cuerpo de un joven de 16 años son diferentes a los de un adulto. Justifique su respuesta anexando netgrafía.
- b. Los límites extremos del cuerpo de un niño de 5 años será muy diferente al de un adulto. Justifique su respuesta anexando netgrafía.
- c. ¿Cuál cree que debe ser la diferencia más notoria en los parámetros dados anteriormente entre un hombre y mujer de 25 años? Justifique su respuesta anexando netgrafía.

Reconocimiento de saberes previos:

Revisa los videos propuestos con lápiz y papel, toma apuntes y luego responde las preguntas (no se conforme con lo expuesto, consulte en otras fuentes)

<p>¿Cuántas veces puedes doblar una hoja de papel? Derivando</p> 	<p>Las matemáticas con para siempre /Eduardo Saenz de Cabezón ¿Pero eso de las matemáticas para que sirve?</p> 
<p>¿Cuántas veces se puede doblar una hoja de papel por la mitad?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a. Tiene un límite de dobleces posibles para una hoja? Si es así que valor tendría esa constante?</li><li>b. Existe una ley física que valide este fenómeno? Explique.</li><li>c. ¿El número de dobleces que se puede realizar en una hoja es siempre el mismo para cualquier tamaño de papel? Realiza tres ensayos</li><li>d. ¿Qué tan grande sería la altura alcanzada al doblar una hoja de 1mm de grosor 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 veces? Anota los resultados, mediante una representación en el plano cartesiano identifica la relación entre las variables.</li><li>e. El proceso que realiza para resolver la anterior inquietud se relaciona con algún tema tratado en el primer semestre de cálculo, justifica la respuesta. Si es así modela la situación mediante una ecuación algebraica.</li><li>f. Emplea las anteriores respuestas para determinar la altura alcanzada por una hoja de 0,01 mm al ser doblada 54 veces</li></ul>	<p>Realice un diagrama de árbol para mostrar las relaciones expuestas en el video.</p> <p>Desde la posición defensiva para qué sirve la matemática? Desde la posición ofensiva para qué sirve la matemática? Hay otra postura frente a la utilidad de las matemáticas? explíquela Una conjetura y teorema tienen en común... Una conjetura y teorema tiene como diferencia esencial... El octaedro truncado y la estructura Weari y Phelan, le sirve al expositor para justificar ... Una de las propuestas del expositor hacia el empleo de conjetura y teorema a nivel personal es...</p>

**Recursos a utilizar:** computadores con conexión a internet que permitan realizar gráficas, consultas y verificación de resultados como: graficador virtual footplot, plataforma khan academy, videos tutoriales,

**Descripción del ambiente de aprendizaje:** El ambiente constará de tres componentes (a) computador con conexión a internet para grupos de tres estudiantes que permita consultar, verificar y elaborar material de exposición de aplicación de temáticas sugeridas en la guía. (b) las actitudes del estudiante debe ser de empleo responsable de las herramientas tecnológicas, guardar distractores, optimizar tiempos y espacios para el desarrollo de su trabajo de mejora, (c) distribución de roles y responsabilidades en el desarrollo de trabajo grupal mediante la preparación oportuna de temáticas a sustentar.

2. FASE DE DESARROLLO

El análisis de funciones de dominio real será empleado en la sustentación de la relación entre variables de “límites del cuerpo humano”, después de obtener la ecuación que modele la situación problema elegida por el grupo expositor.

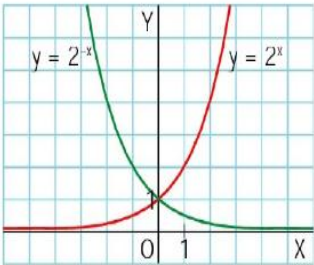


2.1 Análisis de componentes de una función de dominio Real

1. La función exponencial de base 2

Tabla de valores

x	y = 2 <sup>x</sup>	y = 2 <sup>-x</sup>
...	...	...
-4	0,0063	16
-3	0,125	8
-2	0,25	4
-1	0,5	2
0	1	1
1	2	0,5
2	4	0,25
3	8	0,125
4	16	0,063
...	...	...

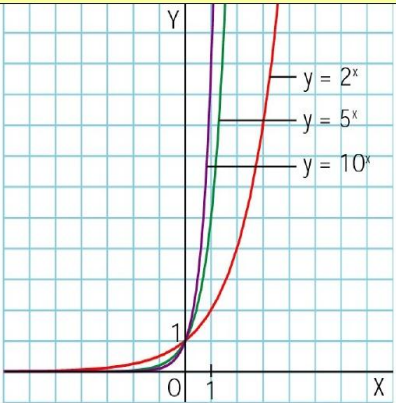


- Características de la función exponencial.
- Su dominio es toda la recta real.
  - El recorrido son los reales positivos.
  - Son continuas en su dominio.
  - La función  $y = 2^x$  es **creciente** en su dominio.
  - La función  $y = 2^{-x}$  es **decreciente** en su dominio.
  - La recta  $y = 0$  es una **asíntota horizontal**.

2. La función exponencial de base a>1

Tabla de valores

x	y = 2 <sup>x</sup>	y = 5 <sup>x</sup>	y = 10 <sup>x</sup>
...	...	...	...
-4	0,0063	0,002	0,0001
-3	0,125	0,008	0,001
-2	0,25	0,04	0,01
-1	0,5	0,2	0,1
0	1	1	1
1	2	5	10
2	4	25	100
3	8	125	1000
4	16	625	10000
...	...	...	...



- Características de las funciones exponenciales,  $y = a^x$  con  $a > 1$ .
- Las gráficas pasan por los puntos (0, 1) y (1, a).
- En los reales positivos, si la base es mayor, la gráfica se sitúa por encima.
- En los reales negativos ocurre a la inversa.

Ejemplo. Graficar  $y = f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Operaciones: Función racional propia

Igualando el denominador a cero:

$x^2 - 1 = 0$ , entonces:

$x = 1$  y  $x = -1$ .

Domínio:  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Rango: Reales.

Función Decreciente.

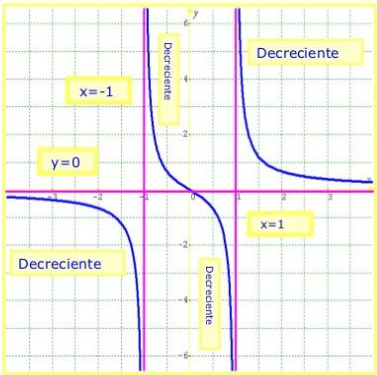
Asíntota vertical :

$x = -1$  y  $x = 1$ .

Asíntota horizontal:  $y = 0$ .

Simetría con respecto al origen (si se cambia  $x$  por  $-x$  :  $f(-x) = -f(x)$ ).

Ejemplo



Ejemplo. Graficar  $y = \frac{2x}{x-1}$

Al dividir obtenemos :

$y = f(x) = \frac{2x}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$ , donde

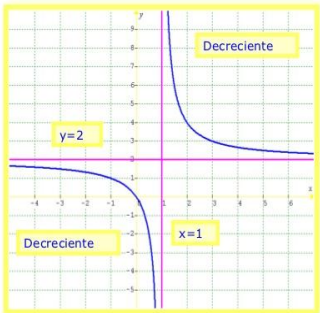
$y = 2$ : asíntota horizontal y

$x = 1$ : asíntota vertical.

Domínio:  $\mathbb{R} - \{1\}$ .

Rango :  $\mathbb{R} - \{2\}$ .

Función Decreciente.



Ejemplo. Graficar:  $y = f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Operaciones: Es una función racional impropia.

$y = f(x) = \frac{x^2}{x+1} = (x-1) + \frac{1}{(x+1)}$

Asíntota oblicua :  $y = x - 1$ .

Asíntota vertical :  $x = -1$ .

Domínio :  $< -\infty, -1 > \cup < -1, +\infty >$ .

ó Reales  $-\{-1\}$

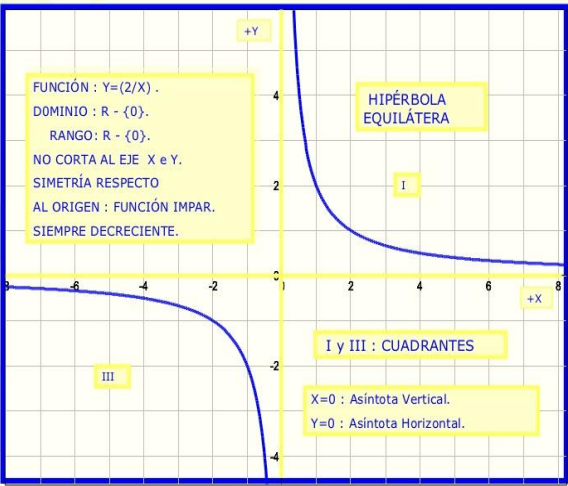
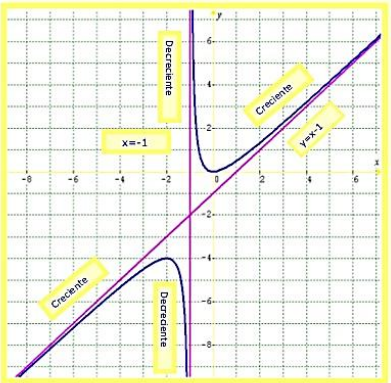
Rango :  $< -\infty, -4] \cup [0, +\infty >$ .

No hay simetría con respecto al origen ni con respecto al eje  $y$ .

Pasa por el origen (0, 0).

Decreciente de  $< -\infty, -2 > \cup < 0, +\infty >$

Decreciente de  $< -2, -1 > \cup < -1, 0 >$



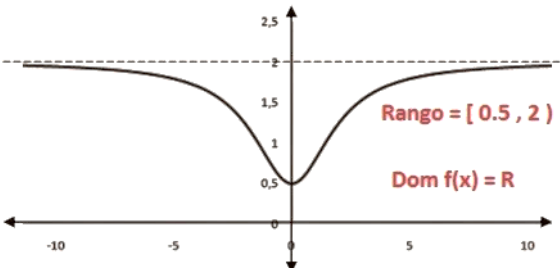
2.2 Explicación:

Determinar Dominio y Rango de

$f(x) = \frac{4x^2 + 4}{2x^2 + 8}$

Igualamos a cero el denominador. Como podemos ver, no existe ningún valor para el cual  $x$  sea igual a cero, es decir  $x$  puede tomar cualquier valor en  $\mathbb{R}$ . Por lo tanto, el Dominio estará representado por todos los números reales.  
Dom  $f(x) = \mathbb{R}$

-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
1,7931	1,7	1,5385	1,25	0,8	0,5	0,8	1,25	1,5385	1,7	1,7931



Ahora vamos a establecer si hay valores de  $y$  para los cuales la función no esté definida. Para ello despejamos la variable  $x$ :

$$y = \frac{4x^2 + 4}{2x^2 + 8}$$
$$y(2x^2 + 8) = 4x^2 + 4$$
$$2x^2y + 8y = 4x^2 + 4$$
$$2x^2y - 4x^2 = 4 - 8y$$
$$2x^2(y - 2) = 4 - 8y$$
$$x^2 = \frac{2(2 - 4y)}{2(y - 2)}$$
$$x^2 = \frac{(2 + 4y)}{(y - 2)}$$
$$y - 2 = 0$$
$$y = 2$$

La gráfica presenta una asíntota horizontal en “Y = 2”, pero además podemos notar que la curva corta al eje “Y” en el punto (0,0.5).

2.3 Matemáticamente, una sucesión se define como una función cuyo dominio es el conjunto de los enteros positivos. Aunque una sucesión es una función, es común representar las sucesiones empleando subíndices en lugar de la notación habitual de la función. Por ejemplo

1	2	3	...	n	...
a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	...	a <sub>n</sub>	...

a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, son términos; a<sub>n</sub> es el término n-ésimo de la sucesión y {a<sub>n</sub>} es la notación para la sucesión completa. Ejemplos términos de las sucesiones

$\{b_n\} = \left\{ \frac{n}{1 - 2n} \right\}$	$\{c_n\} = \left\{ \frac{n^2}{2^n - 1} \right\}$	Términos de una sucesión recursiva o recurrente $d_1 = 25$ y $d_{n+1} = d_n - 5$
$\left\{ \frac{1}{1 - 2 \cdot 1}; \frac{2}{1 - 2 \cdot 2}; \frac{3}{1 - 2 \cdot 3}; \dots \right\}$	$\left\{ \frac{1^2}{2^1 - 1}; \frac{2^2}{2^2 - 1}; \frac{3^2}{2^3 - 1} \right\}$	$\{25, 25 - 5, 20 - 5, 15 - 5, \dots\}$
$\left\{ \frac{1}{-1}; \frac{2}{-3}; \frac{3}{-5}; \dots \right\}$	$\left\{ \frac{1}{1}; \frac{4}{3}; \frac{9}{7}; \dots \right\}$	$\{25, 20, 15, 10, \dots\}$

2.4 Funciones especiales:

Parte entera	Signo	Valor absoluto	Función por partes
$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } -3 \leq x < -2 \\ -2 & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ 0 & \text{si } 0 \leq x < 1 \end{cases}$ No se tienen en cuenta los decimales solo el entero menor contenido	$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ Esta función está definida por partes, no es continua Dominio $(-\infty, +\infty)$ Rango $-1, 0$ y $1$ (puntos)	$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ La función valor absoluto está definida por partes Dominio $(-\infty, +\infty)$ Rango $[0, \infty)$	$f(x) = \begin{cases} f_1 & x \in I_1 \\ f_2 & x \in I_2 \text{ donde } I \\ f_3 & x \in I_3 \end{cases}$ Indica intervalos en el dominio

2.5 Conceptos y algoritmos de aproximación en funciones de variable real (plataforma khan Academy)

	Tema
1	Práctica : límites unilaterales a partir de gráficas
2	Práctica : límites bilaterales a partir de gráficas
3	Práctica : límites bilaterales por medio del álgebra
4	Práctica : límites bilaterales por medio de álgebra avanzada
5	Práctica : continuidad
6	Practica: límites <b>en el</b> infinito cuando f(x) no está acotada
7	Practica: límites <b>al</b> infinito cuando f(x) no está acotada
8	Practica: teorema del sandwich

2.6 Las estrategias para determinación de límites indeterminados radicales y trigonométricos se sugieren remitirse al módulo dos página 22. Límites laterales y continuidad modulo dos páginas 23

Ejemplificación: Introducción

Citius, altius, fortius (más lejos, más alto, más fuerte) es el lema del movimiento olímpico desde sus comienzos con el Barón de Coubertin, pero las pruebas clásicas del atletismo llevan tiempo dando muestras de agotamiento (Etayo, 2000), el ejemplo más cercano lo tenemos en los Juegos Olímpicos de Londres, donde sólo se ha batido una marca individual de atletismo: los 800 metros masculinos. Un buen ejemplo de este agotamiento es el resultado de las pruebas de velocidad femenina que superaron en 4 décimas el record mundial.

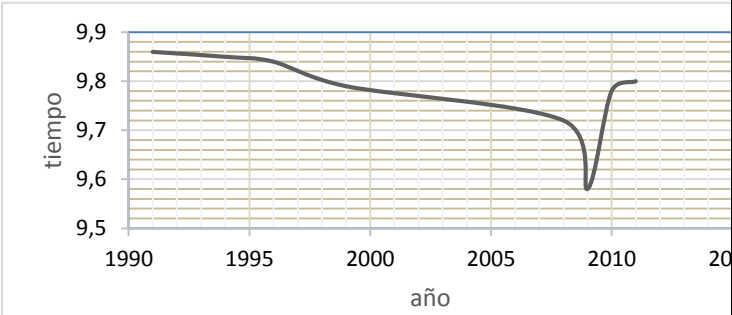
Por tanto, queda claro que cada vez es más difícil batir los record mundiales individuales, es por eso que en este trabajo partimos de la hipótesis de estar próximos a los límites del ser humano en el atletismo. El objetivo del presente trabajo es tratar de calcular los límites de rendimiento en cualquier prueba de carrera a través de métodos matemáticos.

- 3. Infografía que nos permite describir los records



2. Tabla de datos y representación gráfica de los datos en los 100 metros planos (programa excell)

año	deportista	tiempo
1991	Carl Lewis	9,86
1994	Leroy Burel	9,85
1996	Donovan Balley	9,84
1999	M. Greane	9,79
2008	Asafa Powell	9,72
2009	Usain Bolt	9,58
2010	N. Carter	9,78
2011	Mullings	9,8



Características de la función

Dominio	rango	Intervalos creciente	Intervalo decreciente	Simetría	Característica
$x \in [1991, 2011]$	$y \in [9,58; 9,86]$	$x \in [2009, 2011]$	$x \in [1991, 2008]$	No	Valores
		$f(2009) = 9,58$ $f(2011) = 9,78$ Así $f(2009) < f(2011)$ cuando 2009 < 2011	$f(1991) = 9,86$ $f(1999) = 9,79$ Así $f(1991) > f(1999)$ cuando 1991 < 1999	No es par ni impar porque su dominio no contempla los números opuestos	Explicación

Estadígrafos descriptivos de las marcas obtenidas.

año	deportista	tiempo
1991	Carl Lewis	9,86
1994	Leroy Burel	9,85
1996	Donovan Balley	9,84
1999	M. Greane	9,79
2008	Asafa Powell	9,72
2009	Usain Bolt	9,58
2010	N. Carter	9,78
2011	Mullings	9,8

tiempo	orden creciente
9,58	1
9,72	2
9,78	3
9,79	4
9,8	5
9,84	6
9,85	7
9,86	8

Medidas tendencia central		Medidas de posición		Medidas de dispersión		Parámetros de regresión lineal	
moda	#N/A	cuartil 3	9,8475	rango	0,28	B=pendiente	-7,41



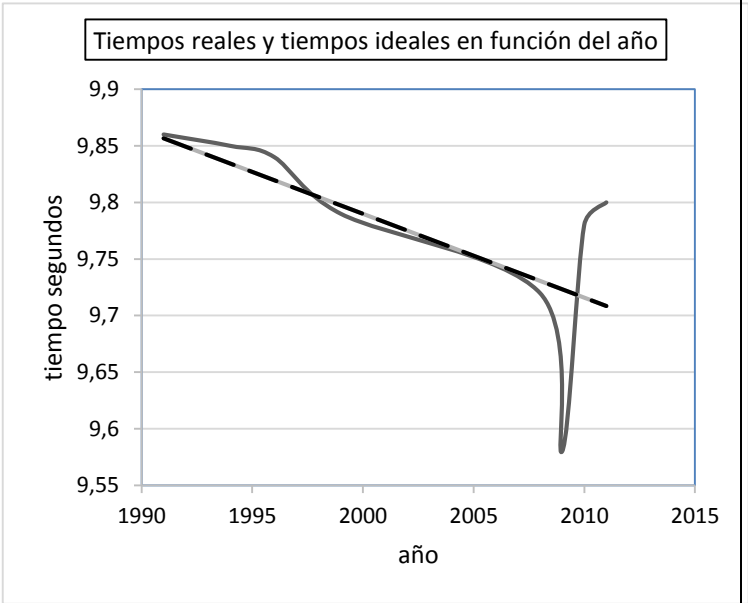
mediana	9,795	decil 7	$(8 \cdot 7) / 10 = 5,6 \dots 9,84$	varianza	0,00842143	A= punto de corte y	24,61
media aritmética	9,7775	percentil 70	$(8 \cdot 70) / 100 = 5,6 \dots 9,84$	desviación estándar	0,09176834	r= coeficiente	-

$$\text{tiempo} = B \cdot \text{año} + A$$

$$\text{tiempo} = (-7,41) \cdot \text{año} + (24,61)$$

año	marca según ecuación (tiempos ideales)
1991	9,86
1994	9,83
1996	9,82
1999	9,80
2008	9,73
2009	9,72
2010	9,72
2011	9,71

tiempos reales
9,86
9,85
9,84
9,79
9,72
9,58
9,78
9,8



El estudiante participará en la construcción dos conclusiones por los estadígrafos de cada medida (centrales, posición, dispersión y regresión), bajo la supervisión del docente titular en clase.

### CONCLUSIÓN GENERAL

A pesar de que el entrenamiento tiene un papel protagónico en los logros atléticos, se puede deducir que la relación no es lineal. "Es frecuente suponer que a más entrenamiento, mayor será la respuesta física al ejercicio. Sin embargo, esto es relativo, ya que después de un determinado umbral individual, no se observa incremento de la capacidad funcional del atleta, e inclusive ésta puede decrecer. «Mas» no necesariamente es «mejor»."

### OTROS ASPECTOS A TENER EN CUENTA SON:

¿La función obtenida para la marca ideal es continua? Justificar la respuesta mediante conceptos matemáticos.

¿Se podría obtener un tiempo menor que el que impuso Usain Bolt? Justificar la respuesta mediante conceptos matemáticos de aproximación y consulta relacionada con los límites anatómicos del ser humano.

¿La representación gráfica es la apropiada o puede presentar otra más acertada? Justifique la respuesta mediante conceptos de función (tipos), sucesión (tipos) y gráficas.

Referente a la aplicación de algoritmos de solución de temas como sucesiones, series, características de funciones, técnicas de aproximación y sus aplicaciones, se debe remitir a los videos, páginas de internet y ejercicios del texto sugeridos en el periodo, que están en el cuaderno.

**Aplicación:**

**Actividad 1. “LÍMITES DEL CUERPO HUMANO”** para desarrollar en casa,  
FECHA \_\_\_\_\_

Ejercicio 1 conformación equipos de tres integrantes (elaboran y sustentan... 20%)  
Consulta y elección de límite del cuerpo humano a nivel fisiológico, deportivo, supervivencia, impedancia.  
Elaboración de Infografía, en ppt, tamaño tabloide. Impresión de elementos a emplear en exposición.  
Interpretación de los datos expuestos, análisis funcional de la gráfica obtenida al relacionar los datos en plano cartesiano.  
Obtención de estadígrafos centrales, posición, dispersión y parámetros de correlación lineal, excell o calculadora científica.  
Elaboración de conclusiones por cada estadígrafo.  
Construcción de la recta de regresión lineal que relaciona dos variables.  
Gráfica de la función ideal y real, en un solo plano cartesiano.  
Inferencia de los resultados y observaciones.  
Sustentación

Ejercicio 2 (para desarrollar en casa, clase. EN LA FECHA \_\_\_\_\_)  
Elaboración del trabajo síntesis y preparación sustentación de la infografía realizada en clase.  
Prueba saber modulo uno

**Actividad 2. LIMITES LATERALES Y CONTINUIDAD** para desarrollar en clase.

Ejercicio 3 para desarrollar en clase **EN LA FECHA** \_\_\_\_\_)

1. El costo de una llamada telefónica entre dos ciudades es de \$500 por el primer minuto y \$300 por el primer minuto o fracción adicional.  
El dominio de esta función C(t) es...justifique  
Se puede hablar de simetría en esta situación problema.... justifique  
Determina el costo de la llamada para los tiempos asignados

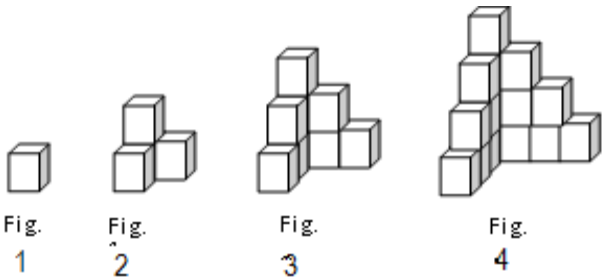
Tiempo minutos	0,5	1	1,2	2	2,4	3,5	4,6	4,9	5
Costo \$									

Realice la representación gráfica de estas relaciones empleando el plano cartesiano.  
Empleando el concepto de función parte entera, **modele** la situación mediante una ecuación algebraica C(t)= ...  
El rango de esta función C(t) sería... justifique la respuesta  
¿Existe límite de C(t) cuando t se aproxima a 3? ....  
¿Existe límite de C(t) cuando t se aproxima a 2.5? ...  
¿La función es continua?

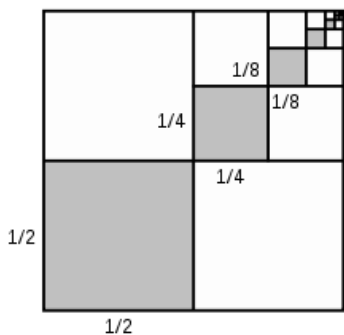
2. Una patrulla está estacionada a 50 metros de un gran almacén. La luz giratoria de la parte superior del automóvil gira a un ritmo o velocidad de ½ revolución por segundo. El ritmo o velocidad al que se desplaza el haz de luz a lo largo de la pared es  $r = 50\pi \sec^2 \theta \frac{\text{metros}}{\text{s}}$   
Calcula el ritmo o velocidad r cuando  $\theta = \frac{\pi}{6}$   
Determina el ritmo o velocidad r cuando  $\theta = \frac{\pi}{3}$   
Encuentra el límite de r cuando  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$

**Actividad 3. SUCESIONES Y LIMITES** para desarrollar en clase. **FECHA** \_\_\_\_\_

3. Sucesión por inspección



Cuantos cubos tiene  
a1:  
a2:  
a3:  
a4:  
Si la sucesión continúa de la misma forma, cuantos cubos tiene a5:  
¿Cuál es la expresión algebraica que permite conocer el número de cubos de cualquier figura que esté en la sucesión?



Si una de las figuras está compuesta por 2704 cubos ¿qué lugar ocupa dentro de la sucesión?  
 Una figura de 2346 cubos pertenece a la sucesión? Justifica la respuesta

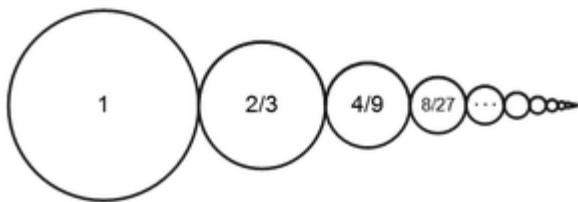
4. Serie geométrica

Cada uno de los cuadrados púrpuras tiene 1/4 del área del cuadrado anterior más grande (1/2 × 1/2 = 1/4, 1/4 × 1/4 = 1/16, etc.). La suma de las áreas de los cuadrados púrpuras es 1/3 del área de todo el cuadrado grande. Reúnete con tu grupo y empleando procesos- conceptos vistos en clase comprueba matemáticamente este resultado.

(tomado de [https://es.wikipedia.org/wiki/Serie\\_geom%C3%A9trica](https://es.wikipedia.org/wiki/Serie_geom%C3%A9trica))

Nota emplea el siguiente teorema

La serie geométrica real de término inicial  $a_1 \neq 0$  no nulo y de razón  $r$  es convergente si y solamente si  $|r| < 1$ . En tal caso, su suma es:



$\sum_{n=0}^{\infty} a_1(r)^n = \frac{a}{1-r}$   
 Teniendo en cuenta la situación anterior determina el término n-ésimo de la sucesión geométrica, luego determina la tendencia de suma de diámetros de los círculos cuando tienden a ser infinitos

Actividad 4. LÍMITES LATERALES EN GRÁFICAS para desarrollar en clase.  
 FECHA \_\_\_\_\_

	Análisis límites laterales (clase)	
	$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$
	Asíntota vertical	
	Asíntota horizontal	
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
Discontinuidad removible en x=	Discontinuidad no removible en x=	

ACTIVIDAD 5 DE CORRELACIÓN CON OTRAS ÁREAS DE CONOCIMIENTO (EN CASA)  
 FECHA \_\_\_\_\_

Matemática financiera

- a) El costo de una llamada telefónica entre dos ciudades es de \$500 por el primer minuto y \$300 por el primer minuto o fracción adicional.  
 El dominio de esta función C(t) es...justifique  
 Se puede hablar de simetría en esta situación problema.... justifique  
 Determina el costo de la llamada para los tiempos asignados

Tiempo minutos	0,5	1	1,2	2	2,4	3,5	4,6	4,9	5
Costo \$									

Realice la representación gráfica de estas relaciones empleando el plano cartesiano.  
 Empleando el concepto de función parte entera, **modele** la situación mediante una ecuación algebraica C(t)= ...  
 El rango de esta función C(t) sería... justifique la respuesta  
 ¿Existe límite de C(t) cuando t se aproxima a 3? ....  
 ¿Existe límite de C(t) cuando t se aproxima a 2.5? ...  
 ¿La función es continua?

Trigonometría

- b) Una patrulla está estacionada a 50 metros de un gran almacén. La luz giratoria de la parte superior del automóvil gira a un ritmo o velocidad de 1/2 revolución por segundo. El ritmo o velocidad al que se desplaza el haz de luz a lo largo de la pared es  $r = 50\pi \sec^2 \theta$  <sup>metros</sup>  
 Calcula el ritmo o velocidad r cuando  $\theta = \frac{\pi}{6}$  <sup>s</sup>  
 Determina el ritmo o velocidad r cuando  $\theta = \frac{\pi}{3}$



Encuentra el límite de r cuando  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$

- c) Ejercicios de una temática diferente a la de la actividad 1, que está contemplada en la guía y con mayor grado de complejidad de la actividad anterior

**Matemática financiera.**

El costo, en miles de millones de pesos, que le supone a una agencia gubernamental confiscar x% de una droga ilegal es

$$C = \frac{528x}{100 - x}, 0 \leq x < 100$$

Calcula el costo por confiscar el 25%

Calcula el costo por confiscar el 50%

Calcula el costo por confiscar el 75%

Encuentra el límite de C cuando  $x \rightarrow 100$  e interpreta su significado.

**Física**

- d) De acuerdo con la teoría de la relatividad la masa m de una partícula depende de su velocidad v; es decir

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Donde  $m_0$  es la masa cuando la partícula está en reposo y c es la velocidad de la luz. Calcula el límite de la masa cuando v tiende a c.

**Física**

- e) Una escalera de bomberos de 25 metros de largo está apoyada en un edificio. Si por alguna razón, la base de la escalera se aleja del muro a un ritmo de 2 metros por segundo, la parte superior descenderá con un ritmo dado por

$$r = \frac{2x}{\sqrt{625 - x^2}}$$

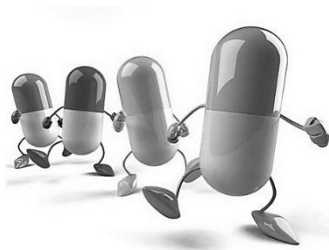
Donde x es la distancia que hay entre la base de la escalera y el muro.

Calcula el ritmo o velocidad r cuando x es 7 metros

Calcula el ritmo o velocidad de r cuando  $x \rightarrow 25$

**En la medicina**

f)



Existen diferentes reglas para determinar la dosis de un medicamento que se le debe dar a un niño cuando se conoce la dosis que debe consumir un adulto

Regla de Young  $C = \frac{A}{A - 12} d$

Regla de Cowling  $C = \frac{A + 1}{24} d$

Estas reglas están basadas en A: edad del niño; d: dosis que consume el adulto; C dosis para el niño.

- a. Analizar la continuidad de las dos relaciones planteadas, si la dosis que consume un adulto es de 3 cm<sup>3</sup>.
- b. Analizar la continuidad de las dos relaciones planteadas, si el estudio se hace a un niño de 10 años.
- c. ¿tiene sentido analizar la continuidad de la regla de Young si  $-\infty < A < -12$ ? por qué?
- d. ¿tiene sentido estudiar la continuidad de la función en algún intervalo que contenga el valor 0? ¿Por qué?

**g) Solución a problemas de otras áreas.**

Un medicamento es inyectado en el brazo derecho de una paciente. La concentración (en miligramos por mililitro) del medicamento en el brazo izquierdo t horas después de la inyección está dada aproximadamente por $c = \frac{0.12 t}{t^2 + 2}$ . ¿Cuándo la concentración del medicamento en el brazo izquierdo será de 0,04 miligramos por mililitro o mayor?	Si en una casa la demanda de potencia en un circuito eléctrico de 110 voltios varía entre 220 y 2.750 watts, ¿cuál es el rango de corriente que fluye a través del circuito? (W: EI, donde W= potencia en watts; E= voltaje en voltios; I= corriente en amperios)	Un fabricante de videojuegos planea comercializar un videojuego en versión 64 bits. Los costos fijos son de 550.000 dólares y los variables de 120.000 dólares por artículo producido. El precio de la máquina al por mayor será de 140 dólares. a. ¿cuántas máquinas de juego se deben vender para que la compañía tenga ganancia? b. ¿cuántos videojuegos debe vender la compañía para llegar al punto de equilibrio? c. Analiza las relaciones entre los resultados de los literales a y b.
Una compañía electrónica está planeando comercializar una nueva calculadora gráfica. El arrendamiento y nómina asciende a 650.000 dólares y los costos de producir una calculadora es de 47 dólares la unidad. El precio de la calculadora al por mayor será de 63 dólares. Es evidente que, para que la compañía obtenga utilidades, los ingresos deben ser superiores a los costos. a. ¿cuántas calculadoras se deben vender para que la compañía obtengan utilidades? b. ¿cuántas calculadoras tendría que vender para llegar al punto de equilibrio? c. Analiza la relación entre los resultados de los literales a y b.		

ACTIVIDAD 6 LÍMITES UNILATERALES EN FORMA ALGORÍTMICA (EN CASA)

FECHA \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD (en plataforma khan Academy)

	Tema	fecha	Firma compañero	Grado de apropiación de bajo-medio- alto
1	Práctica : límites unilaterales a partir de gráficas			
2	Práctica : límites bilaterales a partir de gráficas			
3	Práctica : límites bilaterales por medio del álgebra			
4	Práctica : límites bilaterales por medio de álgebra avanzada			
5	Práctica : continuidad			
6	Practica: límites <u>en el</u> infinito cuando f(x) no está acotada			
7	Practica: límites <u>al</u> infinito cuando f(x) no está acotada			

4. FASE DE EVALUACION:

Evidencias del aprendizaje del estudiante

1. **Conocimiento:** Explica ecuación y las relaciones entre variables que modelan una situación de aproximación, mediante representación gráfica, simbólica y lenguaje matemático
2. **Desempeño:** Desarrollo correcto y ordenado de ejercicios y problemas propuestos en la guía de mejora, empleando algoritmos de teoría de funciones, aproximación y estadística inferencial, de manera individual (actividad 2).
3. **Producto:** Presentación y sustentación de infografía acerca “Límites del cuerpo humano”, empleando como mínimo parámetros dados en la ejemplificación (conceptos y algoritmos de teoría de funciones, aproximación y estadística inferencial).(actividad 1 y 3)

Aplicación de estrategias de evaluación:

**Conocimiento:** Emplea la deducción para modelar situaciones de secuencias numéricas (término  $n$ -ésimo de sucesión o serie) mediante la representación gráfica y procesos algorítmicos, para enunciar la relación entre los términos en una situación

**Desempeño:** Resuelve ejercicios y problemas sugeridos en esta guía, empleando conceptos y algoritmos de teoría de funciones, aproximación y estadística inferencial

**Producto:** diseña y presenta en material físico infografía, donde se evidencia tópicos expuestos en la actividad de motivación, elementos de teoría de funciones, aproximación, estadística descriptiva y pautas dadas en la ejemplificación, que le ayuden a sustentar oralmente el trabajo “límites del cuerpo humano”

**Fuentes de información:** Videos tutoriales julio-profe. Plataforma Khan Academy. Graficadores virtuales, videos tutoriales manejo de excell.

5. FASE DE CIERRE

SINTESIS:

RÚBRICA PARA EVALUAR INFOGRAFÍA

OBJETIVO: Evaluar la infografía con el propósito de retroalimentar al estudiante y apoyar en su formación profesional.

Criterios:

- 1.- Partes de la infografía (título, texto explicativo, gráficos, fuente y créditos).
- 2.- Coherencia y pertinencia.
- 3.- Organización de la información
- 4.- Diseño de la infografía
- 5.- Creatividad

PUNTOS CRITERIOS	EXCELENTE 20	BIEN 15	REGULAR 12	
Partes de la infografía	Incluyó todas las partes indicadas de una infografía	Incluyó al menos cuatro de las partes que forman parte de una infografía	Incluye dos al menos de las partes que forman la infografía	
Coherencia y pertinencia	Todos los gráficos están relacionadas al tema y son fácil de entender. Las fuentes presentadas están citadas.	Todos los gráficos están relacionadas al tema y la mayoría son fácil de entender. Las fuentes de los gráficos la mayoría están citadas	Todos los gráficos están relacionadas con el tema las fuentes no están citados.	
Organización de la información	El tema es claro y bien enfocado, destaca la idea principal y es respaldada con información detallada	La idea principal es algo clara se necesita mayor información de apoyo.	La idea principal no es clara, parece haber poca información recopilada y desordenada	
Diseño y composición de la infografía	Los diagramas e ilustraciones son ordenados y precisos, se combinan perfectamente con el texto para mejorar el entendimiento del tema	Los diagramas e ilustraciones no son ordenados ni precisos y rara vez se combinan con el texto para mejorar el entendimiento del tema	Los diagramas e ilustraciones no son ordenados ni precisos y no se combinan con el texto para mejorar el entendimiento del tema	
Creatividad	Los gráficos usados en la infografía reflejan un excepcional grado de creatividad del estudiante	Una o dos de los gráficos usados en la infografía reflejan la creatividad del estudiante	Los gráficos están basados en el diseño e ideas de otras personas.	
TOTAL	100	75	60	

RETROALIMENTACION DEL PROCESO
Indique que aplicación del conocimiento adquirido, es aplicable para la vida cotidiana
Describe el acompañamiento pedagógico del Docente durante el proceso desarrollado
Indique mínimo dos conclusiones resultantes en el aula frente a la frase de reflexión

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	SI	NO
Con el desarrollo del proceso alcanzo la competencia propuesta en el encabezado		
La fase de entrada generó expectativa frente al desarrollo de la temática		
La fase de elaboración le permitió apropiarse de los conceptos y procedimientos propuestos		
Cumplió con las evidencias planteadas en la fase de salida		
Las fuentes de información recomendadas fueron pertinentes a la temática propuesta		